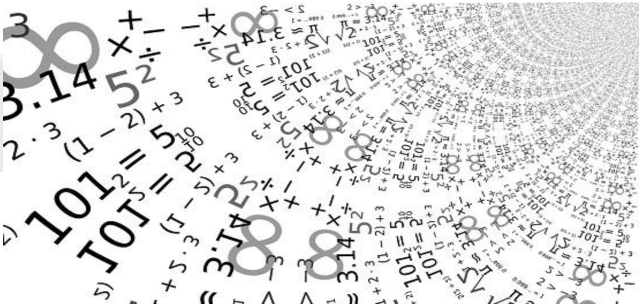
# Příprava k maturitní zkoušce z matematiky

# FUNKCE – DEFINIČNÍ OBORY



**Rozšířené okruhy z „KATALOGU POŽADAVKŮ ZKOUŠEK SPOLEČNÉ ČÁSTI MATURITNÍ ZKOUŠKY platný od školního roku 2015/2016 – MATEMATIKA“.**



Mgr. Ludmila Pěnčíková

**DEFINIČNÍ OBORY FUNKCÍ (včetně logaritmické, exponenciální a goniometrických funkcích)**

**Př. 1: Je dána funkce:**

$$f:\ y = log_3(x^2 - 11x + 30)$$

Zapište definiční obor funkce f.

---

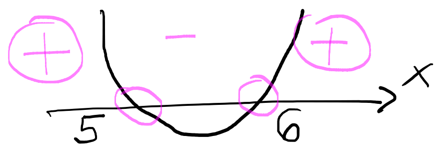
**Řešení:** Předpokládá znalosti o jednotlivých funkcích (definiční obor, obor hodnot, vlastnosti a graf) a také znalosti řešení nerovnic.

**1. krok:** **L**ogaritmické funkce → logaritmujeme pouze kladná čísla
$f:\ y = log_3(x^2 - 11x + 30) \rightarrow (x^2 - 11x + 30) > 0$ kvadratická nerovnice

**2. krok:** Vypočítáme kořeny kvadratické rovnice: $x^2 - 11x + 30 = 0$ (přes diskriminant nebo rozkladem)

$$(x-5).(x-6) > 0$$

$$x_1 = 5;\ x_2 = 6$$




**3. krok:** Načrtneme si parabolu a určíme znaménka – hledáme hodnoty větší než nula.

**Závěr:** $\boldsymbol{D(f) = (-\infty; 5) \cup (6; \infty)}$

**Př. 2: Přiřaďte ke každé funkci (2.1 – 2.4) definiční obor (A – F).**

2.1 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ______________

2.2 $y = \log_5(16 - x^2)$ ______________

2.3 $y = \sqrt{\frac{x-3}{20-x^2-x}}$ ______________

2.4 $y = \frac{x}{\log(x+6) - 1}$ ______________

A) $D(f) =$ (-4;4)

B) $D(f) = (-\infty; -5) \cup < 3; 4)$

C) $D(f) = (0; \infty)$

D) $D(f) = (-6; 4) \cup (4; \infty)$

E) $D(f) = R$

F) jiné řešení

**Řešení:**

ad 2.1 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ → exponenciální funkce - definována pro všechna reálná čísla

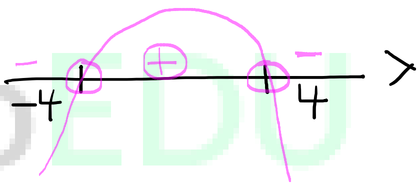
Správná odpověď: **E**

---

ad 2.2 $y = \log_5(16 - x^2)$ → logaritmická funkce → $(16 - x^2) > 0$ kvadratická nerovnice $a = -1$

$(4 - x)(4 + x) > 0;\ x_1 = 4;\ x_2 = -4$

- při řešení kvadratické nerovnice lze použít metodu nulových bodů:




parabola rozevřená dolů!

$\boldsymbol{D(f) = (-4; 4)}$

Správná odpověď: **A**



---

ad 2.3 $y = \sqrt{\frac{x-3}{20-x^2-x}}$

**1. krok:** upravíme předpis funkce: $\sqrt{\frac{x-3}{20-x^2-x}} = \sqrt{\frac{x-3}{-(x^2+x-20)}} = \sqrt{\frac{3-x}{(x^2+x-20)}}$

zlomek pod odmocninou: $\frac{3-x}{(x^2+x-20)} \geq 0 \wedge (x^2 + x - 20) \neq 0 \Leftrightarrow (x + 5)(x - 4) \neq 0;\ x_1 \neq -5, x_2 \neq 4$

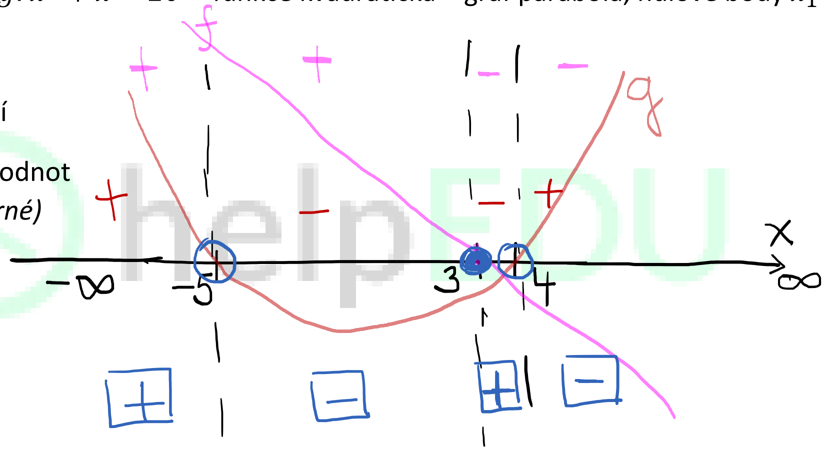
**2. krok:** vyřešíme nerovnici $\frac{3-x}{(x^2+x-20)} \geq 0$

Při řešení lze použít metodu nulových bodů (grafy, nulové body, znaménka hodnot podle průběhu funkce):

- v čitateli: $f: 3-x$ funkce lineární klesající, nulový bod $x=3$
- ve jmenovateli $g: x^2+x-20$ funkce kvadratická – graf parabola, nulové body $x_1=-5, x_2=4$

- vyznačíme grafy funkcí

- zapíšeme znaménka hodnot
*(vše pod osou x je záporné)*






- zapíšeme výsledná znaménka pro jednotlivé intervaly – dosazujeme do zlomku znaménka funkcí *f, g:* $\frac{+}{+} = \boxed{+}$

- určíme definiční obor – pozor na krajní body výsledných intervalů: $D(f) = (-\infty; -5) \cup \langle 3; 4)$

Správná odpověď: **B**

ad 2.4 $y = \frac{x}{\log(x+6) - 1}$ → logaritmická funkce ve jmenovateli

(jmenovatel $\neq 0$ + existuje pouze logaritmus kladného čísla)

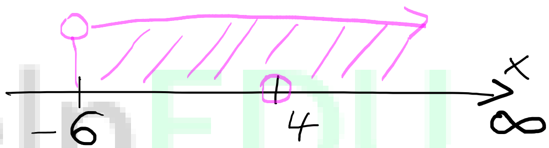
$$\log(x+6) - 1 \neq 0 \wedge (x+6) > 0$$

$\log(x+6) \neq 1$ $\qquad$ $(x+6) > 0$

z definice logaritmu: $10^1 \neq x + 6$ $\qquad$ $x > -6$

$x \neq 4$

$D(f) = (-6; 4) \cup (4; \infty)$






Správná odpověď: **D**

**Př. 3:** **Je dána funkce:**

$$f\colon y = \frac{1}{\cos x - 1}$$

Zapište definiční obor funkce f.

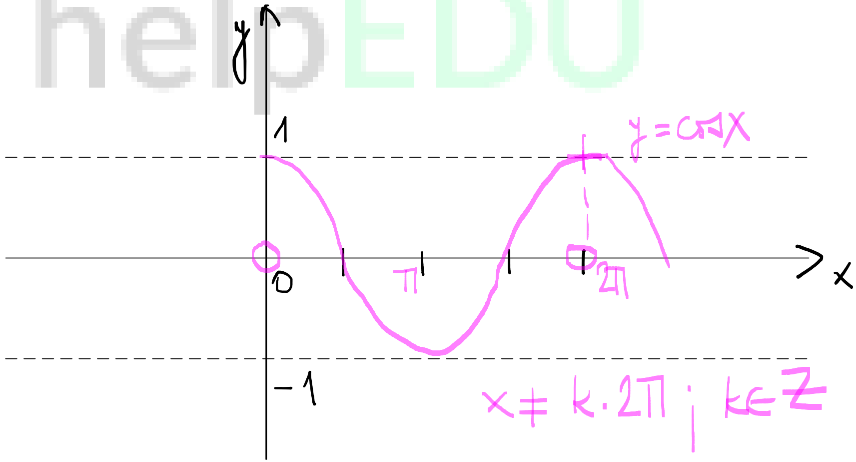
---

**Řešení:** předpokládá se znalost průběhu grafu goniometrických funkcí

- zlomek → jmenovatel $\neq 0$: $\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1$

- načrtneme si část grafu

- vyloučíme hodnoty 1




$\boldsymbol{D(f): x \neq k.2\pi, k \in Z}$

**Př. 4:** **Je dána funkce:**

$$f\colon\ \mathrm{y} = \cos x + \frac{1}{\sin(x - \frac{\pi}{4})}$$

Zapište definiční obor funkce f.

---

**Řešení:** předpokládá se znalost průběhu grafu goniometrických funkcí

- zlomek → jmenovatel $\neq 0$: $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \neq 0$ řešení goniometrické nerovnice

- z grafu nebo tabulek: $\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 + k.2\pi, k \in Z$ $/+\frac{\pi}{4}$

$$x \neq \frac{\pi}{4} + k.2\pi, k \in Z$$

$$\boldsymbol{D(f)\colon x \neq \frac{\pi}{4} + k.2\pi, k \in Z}$$

***Poznámka:*** *V rozšířeném katalogu požadavků k maturitě z matematiky jsou nově také převody mezi obloukovou a stupňovou mírou.*

Definiční obor uvedený ve stupních: $\boldsymbol{D(f)\colon x \neq 45^\circ + k.360^\circ, k \in Z}$