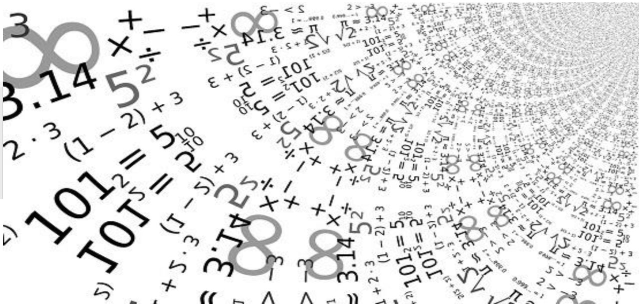
helpEDU

Příprava k maturitní zkoušce z matematiky

KVADRATICKÉ NEROVNICE



Rozšířené okruhy z „KATALOGU POŽADAVKŮ ZKOUŠEK SPOLEČNÉ ČÁSTI MATURITNÍ ZKOUŠKY platný od školního roku 2015/2016 – MATEMATIKA“.

Mgr. Ludmila Pěnčíková

KVADRATICKÉ NEROVNICE

Př. 1: Je dána nerovnice s neznámou x ∈ R:

$$x^2 - 4x - 5 \leq 0$$

Který z intervalů představuje množinu všech řešení nerovnice?

A) $\langle -4; -5 \rangle$

A) $(-1; 5)$

B) $\langle -5; 1 \rangle$

C) $(-5; 1)$

D) $\langle -1; 5 \rangle$

Jeden ze způsobů řešení:

Metoda intervalů nulových bodů (metoda rychlá, přehledná, ale předpokládá vedle znalosti výpočtu kořenů kvadratické rovnice i znalost grafu kvadratické funkce). ☺

Postup řešení:

1. krok: Najdeme kořeny kvadratické rovnice $x^2 - 4x - 5 = 0$ (koeficienty: a = 1, b = -4, c = -5).

Možný je výpočet přes diskriminant nebo pomocí vlastností kořenů kvadratické rovnice (Viètovy vzorce)

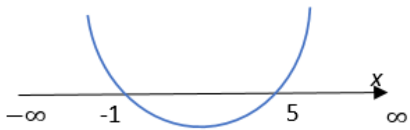
– zde možný rozklad na součin: $(x-5)\cdot(x+1) = 0$

$$x_1 = 5\,;\ x_2 = -1$$

2. krok: Načrtneme graf kvadratické funkce: **parabola**

a=1 >0 ⇒ parabola rozevřena nahoru a označíme nulové body

(= průsečíky s osou *x* = kořeny kvadratické rovnice).



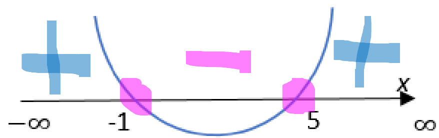
Na ose x tak budou vyznačeny 3 intervaly.

3. krok:

V jednotlivých intervalech na ose x vyznačíme, jaké hodnoty zde funkce nabývá (kladné, záporné).

4. krok: Zapíšeme řešení nerovnice $\boldsymbol{x^2 - 4x - 5 \leq 0}$

Hodnoty záporné + nulové body



Pomůcka: Vše, co je „pod osou x“, je záporné.

$\boldsymbol{x \in \langle -1; 5\rangle}$, správná odpověď byla **E.**

Př. 2: Je dána nerovnice s neznámou x ∈ R:

$$4x - x^2 - 5 \leq 0$$

Množina všech řešení nerovnice je:

B) $\langle 4; -5 \rangle$

C) $\langle -5; 1 \rangle$

D) $(-1; 5)$

E) $každé\ x \in R$

F) $prázdná\ množina - neexistuje\ řešení$

Řešení: graficky – metoda nulových bodů (viz příklad 1)

1. krok: V nerovnici seřadíme proměnné od nejvyšší mocniny:

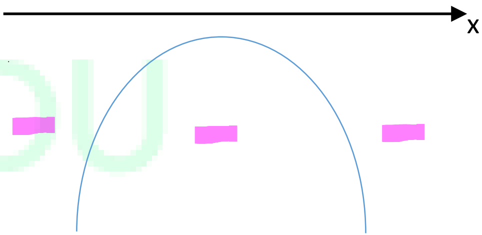
$$-x^2 + 4x - 5 \leq 0$$

2. krok: Výpočet kořenů kvadratické rovnice $-\mathrm{x}^2 + 4\mathrm{x} - 5 = 0$ $\quad a = -1,\ b = 4,\ c = -5$

Vzorce: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; $\quad diskriminant\ D = b^2 - 4ac$

$D = 16 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = 16 - 20 = -4 < 0$ kvadratická rovnice nemá reálné kořeny, neexistuje průsečík s osou x

3. krok: Načrtneme graf kvadratické funkce: **parabola.**



$\mathrm{a} = -1 < 0 \Rightarrow$ parabola rozevřena dolů

4. krok:

V grafu vyznačíme, jaké hodnoty funkce nabývá (kladné, záporné).

5. krok: Zapíšeme řešení nerovnice $-x^2 + 4x - 5 \leq 0$

Levá strana nerovnice měla **být menší nebo rovna 0**, což je splněno pro všechna $x \in R$.

Správná odpověď byla **D:** $\boldsymbol{každé\ x\ \in R}$

Př. 3: **Přiřaďte ke každé nerovnici (3.1 – 3.3) řešené v oboru R odpovídající množinu všech řešení (A–E).**

3.1 $6x - x^2 - 10 > 0$ _______________

3.2 $x^2 + 10x + 25 \geq 0$ _______________

3.3 $-6 - 5x - x^2 \geq 0$ _______________

A) $\{5\}$

B) $každé\ x \in R$

C) $\emptyset$

D) $\langle -3; -2 \rangle$

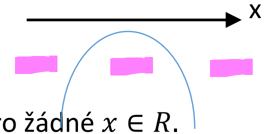
E) $(-\infty; -3 > \cup < -2; \infty)$

Řešení: graficky – metoda nulových bodů (viz příklad 1)

V nerovnicích si seřadíme proměnné od nejvyšší mocniny a dále postupujeme jako v příkladu 1.

3.1 $-x^2 + 6x - 10 > 0$ $\quad a = -1,\ b = 6,\ c = -10$

$D = 36 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10) = 36 - 40 = -4 < 0$ kvadratická rovnice nemá reálné kořeny, neexistuje průsečík s osou x



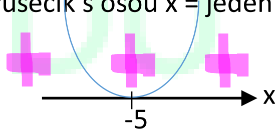
a $= -1 < 0 \Rightarrow$ parabola rozevřena dolů

Levá strana rovnice měla být kladná, což nemůže být splněno pro žádné $x \in R$.

Správná odpověď: **C**

3.2 $\boldsymbol{x^2 + 10x + 25 \geq 0}$ $\quad$ vzorec $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2$**:** $\quad \boldsymbol{(x + 5)^2 \geq 0}$

kvadratická rovnice má jeden reálný kořen, jeden průsečík s osou x = jeden nulový bod: $x = -5$



a $= 1 > 0 \Rightarrow$ parabola rozevřena nahoru

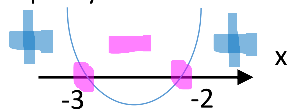
Levá strana nerovnice měla být větší nebo rovna 0, což je splněno pro všechna $x \in R$.

Správná odpověď: **B**

3.3 $-x^2 - 5x - 6 \geq \mathbf{0}$ $\quad$ / . (-1) při násobení záporným číslem se nerovnost obrací!

$x^2 + 5x + 6 \leq \mathbf{0}$

$(x + 2) \cdot (x + 3) \leq 0; \quad x_1 = -2, x_2 = -3$



Správná odpověď: **D** $\quad \boldsymbol{\langle -3; -2 \rangle}$