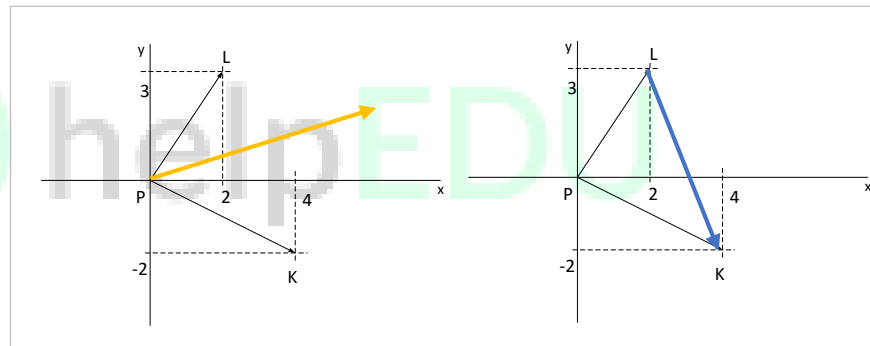


## Příprava k maturitní zkoušce z matematiky

# ANALYTICKÁ GEOMETRIE - VEKTORY



Rozšířené okruhy z „KATALOGU POŽADAVKŮ ZKOUŠEK SPOLEČNÉ ČÁSTI MATURITNÍ ZKOUŠKY platný od školního roku 2015/2016 – MATEMATIKA“.

## Vektory – operace s vektory, jejich grafická interpretace

**Př. 1:** Je dán pravidelný šestiúhelník ABCDEF se středem S. Označme vektory  $\vec{u} = \overrightarrow{AS}$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ .

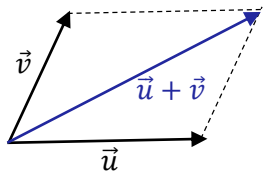
Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (1.1 – 1.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

	ANO	NE
1.1 $\overrightarrow{FD} = \vec{u} + \vec{v}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.2 $\overrightarrow{AE} = 2\vec{u} - \vec{v}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.3 $\overrightarrow{ES} = \vec{u} - \vec{v}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.4 $\overrightarrow{EC} = 2\vec{v} - \vec{u}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

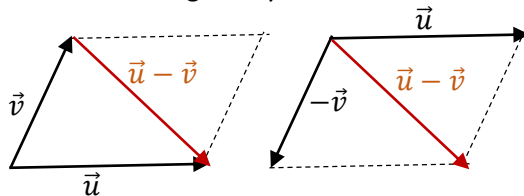
**Řešení:** graficky (předpokládá znalost grafického vyjádření součtu, resp. rozdílu vektorů).

Stručné opakování:

✓ součet vektorů – graficky:  $\vec{u} + \vec{v}$



✓ rozdíl vektorů – graficky:  $\vec{u} - \vec{v}$

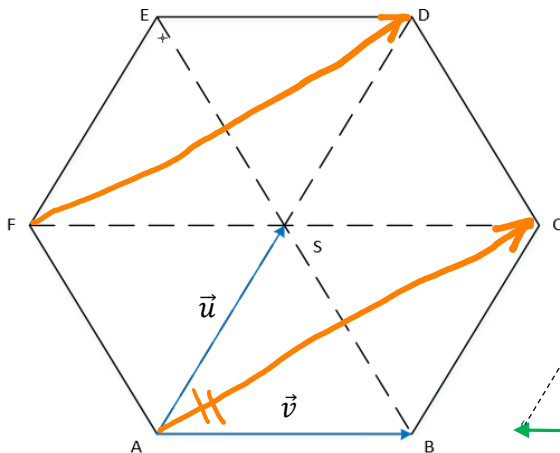


Pomůcka: odečíst vektor = přičíst opačný vektor

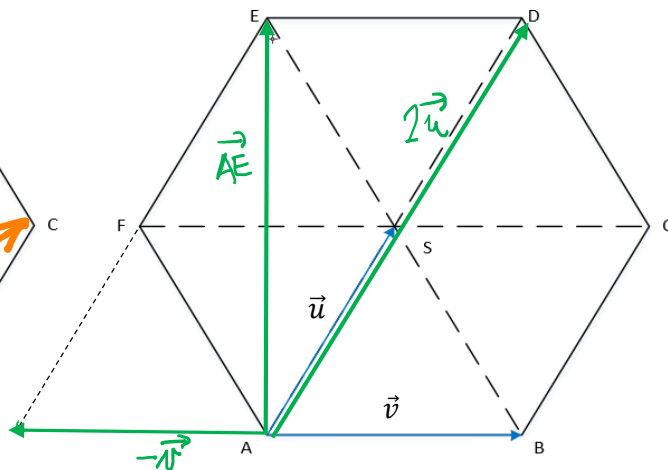
- 1. krok:** Načrtneme si pravidelný šestiúhelník ABCDEF se zadanými vektory  $\vec{u} = \overrightarrow{AS}$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ .
- 2. krok:** Postupně zakresluje jednotlivé vektory ze zadání 1.1 - 1.4 a ověřujeme, zda platí zapsaná rovnost.

**1.1**  $\overrightarrow{FD} = \vec{u} + \vec{v}$       **ANO**

**1.2**  $\overrightarrow{AE} = 2\vec{u} - \vec{v}$       **ANO**

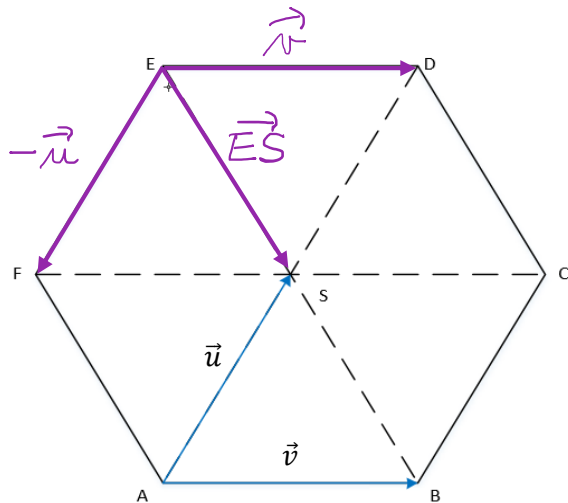


$$\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$$



$$\overrightarrow{AE} = 2\vec{u} - \vec{v}$$

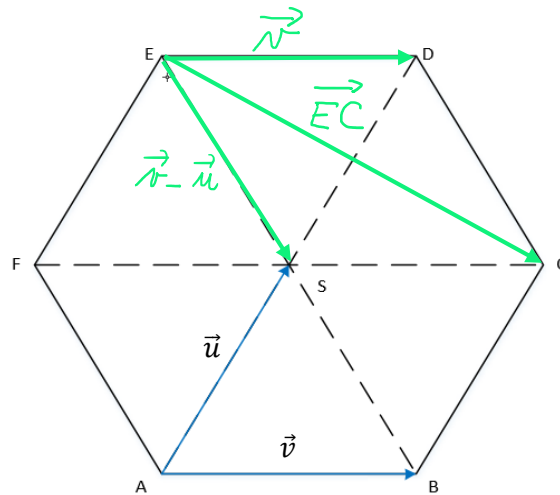
1.3  $\vec{ES} = \vec{u} - \vec{v}$       NE



$$\vec{ES} = \vec{v} + (-\vec{u}) = \vec{v} - \vec{u}$$

$$\vec{ES} \neq \vec{u} - \vec{v}$$

1.4  $\vec{EC} = 2\vec{v} - \vec{u}$       ANO



$$\vec{EC} = \vec{v} + (\vec{v} - \vec{u}) = 2\vec{v} - \vec{u}$$

Správné odpovědi: ANO, ANO, ANO, NE, ANO

Př. 2: Je dán trojúhelník ABC. Označme vektory  $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ .

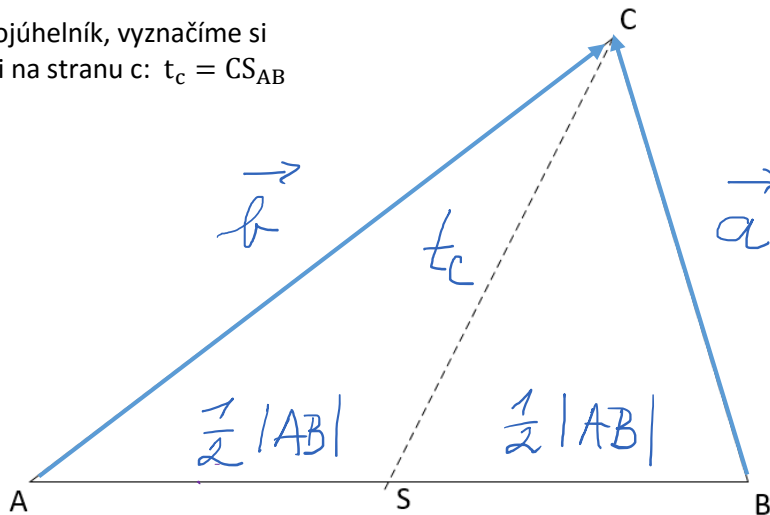
Pomocí vektorů  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  vyjádřete těžnici  $t_c$ .

Zapište výsledek.

---

**Řešení:** Graficky (předpoklad znalosti: trojúhelník – těžnice, rovnoběžník - úhlopříčky)

**1. krok:** Načrtneme libovolný trojúhelník, vyznačíme si zadané vektory a těžnici na stranu c:  $t_c = CS_{AB}$



**2. krok:** Trojúhelník ABC doplníme na rovnoběžník ABCD

– úhlopříčky se v rovnoběžníku půlí:  $|CD| = 2 \cdot |CS|$

**3. krok:** Dvě možná řešení v závislosti na orientaci vektoru

s krajními body C, D:  $\overrightarrow{DC}$  nebo  $\overrightarrow{CD}$

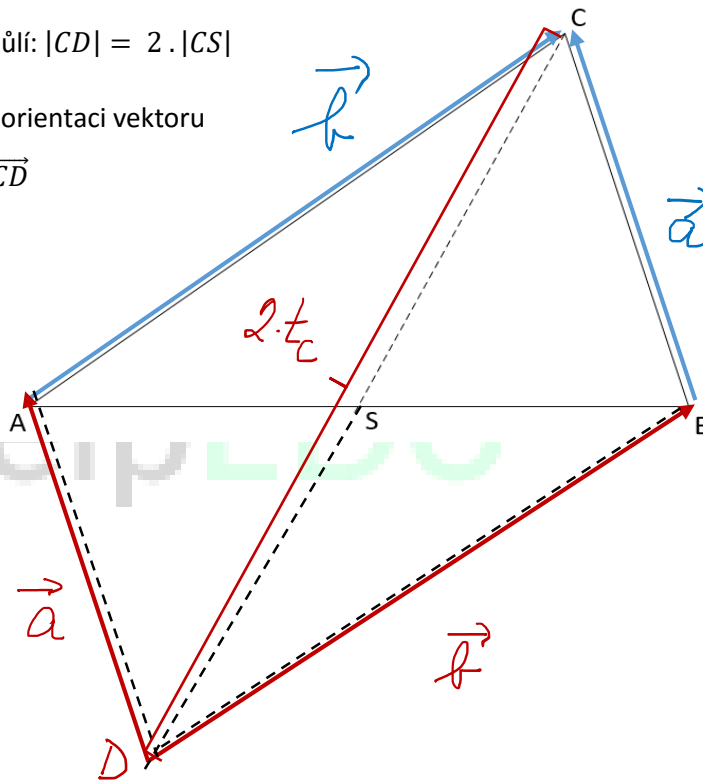
a)  $\overrightarrow{DC} = 2 \cdot \overrightarrow{SC} = \vec{a} + \vec{b}$

$$\overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$$

b)  $\overrightarrow{CD} = 2 \cdot \overrightarrow{CS} = -\vec{a} - \vec{b}$

$$2 \cdot \overrightarrow{CS} = -(\vec{a} + \vec{b})$$

$$\overrightarrow{CS} = -\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$$



Výsledek:  $\mathbf{t}_c = \mp \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$

Př. 3: Jsou dány body  $O = [0; 0]$ ,  $K = [4; -2]$ ,  $L = [2; 3]$  a vektory  $\vec{u} = \overrightarrow{OK}$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{OL}$ .

Přiřadte ke každému zadání (3.1 – 3.4) odpovídající grafické nebo početní řešení (A – F).

3.1  $\vec{u} + \vec{v}$

\_\_\_\_\_

3.2  $\vec{u} - \vec{v}$

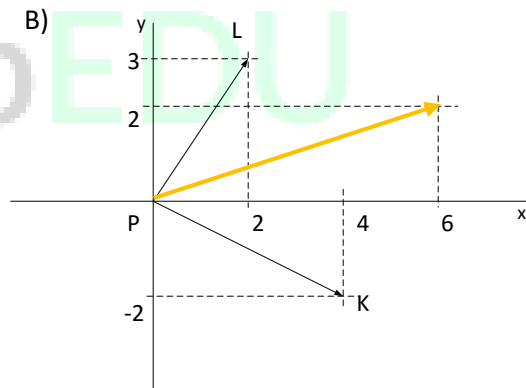
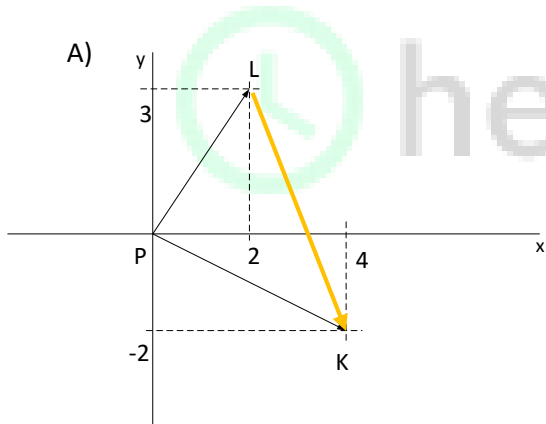
\_\_\_\_\_

3.3  $\frac{1}{2}\vec{u} + 2\vec{v}$

\_\_\_\_\_

3.4  $\frac{1}{2}(-\vec{u} + 2\vec{v})$

\_\_\_\_\_



C) (6; 1)

D) (6; 5)

E) (0; 4)

F) [0; 4]

**Řešení:** Předpoklad – znalost určení souřadnic vektorů a výpočtů s vektory – početně i graficky.

**1. krok:** Vypočítat souřadnice zadaných vektorů  $\vec{u} = \overrightarrow{OK} = K - O = (4; -2)$ ,  $\vec{v} = \overrightarrow{OL} = L - O = (2; 3)$

**2. krok:** Výpočet jednotlivých zadání 3.1 – 3.4 a podle výsledků určit správné řešení (A – F).

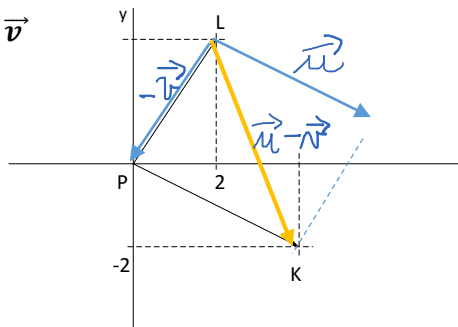
**3.1**  $\vec{u} + \vec{v} = (4; -2) + (2; 3) = (4 + 2; -2 + 3) = (6; 1)$  správně: **C**

**3.2**  $\vec{u} - \vec{v} = (4; -2) - (2; 3) = (4 - 2; -2 - 3) = (2; -5)$  → žádný správný početní  
výsledek → musíme tedy volit mezi A, B (grafické určení rozdílu vektorů)

**3.3**  $\frac{1}{2}\vec{u} + 2\vec{v} = \frac{1}{2} \cdot (4; -2) + 2 \cdot (2; 3) = (2; -1) + (4; 6) = (2 + 4; -1 + 6) = (6; 5)$  → **D**

**3.4**  $\frac{1}{2}(-\vec{u} + 2\vec{v}) = \frac{1}{2} \cdot [-(4; -2) + 2 \cdot (2; 3)] = \frac{1}{2} \cdot [(-4; +2) + (4; 6)] =$   
 $= \frac{1}{2} (-4 + 4; +2 + 6) = \frac{1}{2} (0; 8) = (0; 4)$  - hranaté závorky – souřadnice bodů → **E**

**3. krok:** Grafické vyjádření rozdílu vektorů  $\vec{u} - \vec{v}$



správně: **A**